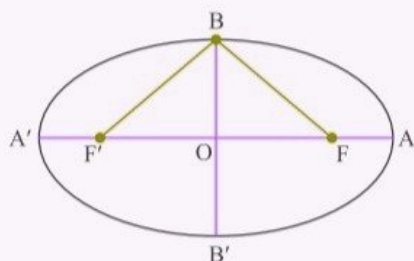


| | | | |
|---------------------------------------|--|------------------------------|----------------------|
| آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه | ساعت شروع : | تاریخ امتحان : | مدت امتحان : |
| نام و نام خانوادگی : | رشته : ریاضی | پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه | تعداد صفحات : ۴ صفحه |
| آزمون شبیه ساز + پاسخنامه | جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید | | |
| ردیف | سوالات | | |
| | نمره | | |

۱ در بیضی زیر با کانون‌های F و F' ، طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه \widehat{OBF} را به دست آورید.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۴

۲ اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ به صورت $a_{ij} = \begin{cases} -1 & ; |i-j| > 1 \\ 0 & ; |i-j| = 1 \\ 1 & ; |i-j| < 1 \end{cases}$ باشد، ماتریس $A^2 - 2I$ را به دست آورید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۳

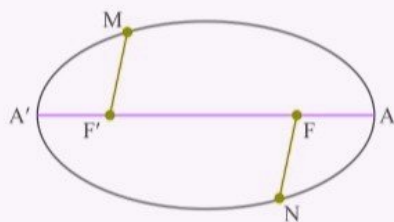
۳ اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند، ثابت کنید:

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

۴

در شکل زیر دو نقطه M و N روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. با فرض $MF' = NF$ ، نشان دهید MF موازی NF' است.



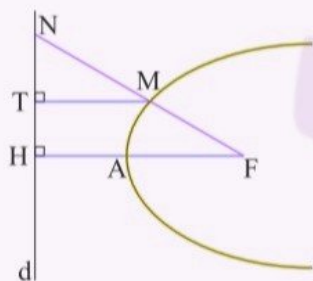
امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۴

۵

در شکل زیر، سهمی با رأس A ، کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d در نقطه N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم.

$$\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

ثابت کنید:



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه دی ۱۴۰۲

جاهای خالی را با عدد مناسب کامل کنید.

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۴

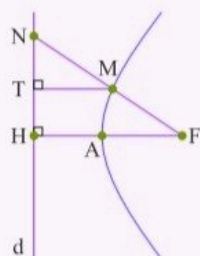
۶

$A = \begin{bmatrix} a & a-4 \\ 0 & a+1 \end{bmatrix}$ ماتریسی قطری است، در این صورت مقدار a برابر می‌باشد.

ماتریسی 3×3 چون A بنویسید طوری که $|A| = -6$ ، سپس ماتریس A^2 را محاسبه و $|A^2|$ را به دست آورید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

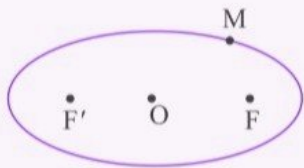
کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه کار در کلاس

در شکل زیر که با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است، از کانون F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا خط d را در N قطع کند و از نقطه M ، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

در شکل زیر نقطه M روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. خط d را به گونه ای رسم کنید که در نقطه M بر بیضی مماس باشد و سپس از نقطه F' خطی موازی با MF رسم کنید تا خط d را در نقطه‌ای مانند N قطع کند. ثابت کنید: $NF' = MF'$



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک (مقطع) حاصل چه شکل است؟

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه تمرین

| | | | |
|---------------------------------------|--|------------------------------|----------------------|
| آزمون شبیه ساز نیمسال اول درس : هندسه | ساعت شروع : | تاریخ امتحان : | مدت امتحان : |
| نام و نام خانوادگی : | رشته : ریاضی | پایه ی دوازدهم دوره ی متوسطه | تعداد صفحات : ۳ صفحه |
| آزمون شبیه ساز + پاسخنامه | جهت دریافت ۷ روز مشاوره و برنامه ریزی رایگان پادینو با شماره 02166906790 تماس بگیرید | | |
| ردیف | پاسخنامه | | |
| | نمره | | |

راه حل اول:

$$a = \sqrt{3}b \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}b$$

$$\tan(\widehat{OFB}) = \frac{OB}{OF} = \frac{b}{\sqrt{3}b} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

راه حل دوم:

$$a = \sqrt{3}b \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{3}b$$

$$\tan(\widehat{OBF}) = \frac{OF}{OB} = \frac{\sqrt{3}b}{b} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{OBF} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

راه حل سوم:

$$a = \sqrt{3}b, \cos(\widehat{OBF}) = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{b}{\sqrt{3}b} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{OBF} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

راه حل چهارم:

$$a = \sqrt{3}b, \sin(\widehat{OFB}) = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{b}{\sqrt{3}b} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۴

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A^2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^2 - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۳

$$(A - B)^2 = (A - B)(A - B) = A^2 - AB - BA + B^2 \stackrel{AB=BA}{=} A^2 - 2AB + B^2$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۴۰۱

بنابه تعریف سهمی $MF = MT$ مثلث MFT متساوی الساقین است: $MTF = TFM$ (۱)

از طرفی بنابه خطوط موازی $FH \parallel MT$ و مورب FT نتیجه می‌شود: $MTF = TFH$ (۲)

از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود TF نیمساز است. بنابه قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم:

$$\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

روش دوم:

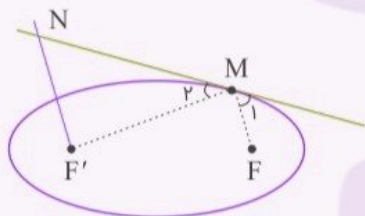
$FH \parallel MT$ باتوجه به قضیه تالس در مثلث NHF :

$$\begin{cases} \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \\ \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \end{cases} \xrightarrow{MT=MF} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF}$$

$$\xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$$

امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه خرداد ۱۴۰۱

مجموع $MF + MF'$ کمترین مقدار است، بنابه خاصیت کوتاه‌ترین مسیر، زاویه‌های $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ از طرفی: $\hat{N} = \hat{M}_1$ در نتیجه d و $MF \parallel NF'$ (خط شامل نقاط M و N است) نتیجه می‌شود: $\hat{N} = \hat{M}_2$ مثلث MNF' متساوی الساقین است، یعنی $MF' = NF'$.



امتحان نهایی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه شهریور ۱۳۹۹

دو خط متقاطع

کتاب درسی ریاضی و فیزیک دوازدهم هندسه تمرین